

Morphogénèse optique

Daniel Hennequin

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, Unité associée au CNRS, Bât. P5,
Université des Sciences et Technologies de Lille, 59655 Villeneuve d'Ascq
cedex, France

1 - INTRODUCTION

Les oscillateurs optiques tels que les lasers émettent dans leur mode fondamental un faisceau cohérent dans le temps et dans l'espace, dont la distribution d'énergie dans le plan transverse à l'axe de propagation est gaussienne. Si l'émission se fait sur plusieurs modes transverses de fréquences différentes, la cohérence de l'oscillateur est perdue tandis que la distribution transverse du faisceau devient beaucoup plus complexe. L'intérêt pour la dynamique associée à cette complexité transverse est relativement récent. En effet, jusqu'à la fin des années quatre-vingts, les dispositifs étaient réalisés de façon à supprimer toute dépendance spatiale autre que gaussienne de l'intensité en réduisant au maximum leur taille transverse, et l'étude de leur dynamique se ramenait donc à un problème purement temporel. L'engouement récent pour la dynamique optique spatio-temporelle ne répond pas seulement à une évolution naturelle de la recherche dans le domaine, mais aussi à la perspective du traitement optique de grandes quantités d'information, utile pour le calcul parallèle ou la mémorisation d'images [1].

Un tournant décisif dans l'orientation de ces études fut sans doute la démonstration théorique de l'existence de la turbulence optique induite par des défauts de phase du champ appelés "vortex optiques" [2]. Ce résultat, obtenu pour les lasers, n'a pas été confirmé à ce jour par une observation expérimentale. Par contre, un régime spatio-temporel stochastique dont les propriétés statistiques sont celles de la turbulence optique, a été observé dans un oscillateur à gain photoréfractif [3], autre système dont la description théorique est malheureusement encore très limitée. La figure 1 présente un exemple typique de structure transverse du faisceau émis par un tel dispositif. La complexité spatiale de ce type d'images amène un certain nombre de questions: l'origine de la complexité est-elle linéaire ou non-linéaire? En d'autres termes, s'agit-il de combinaisons aléatoires de faisceaux, comme celles obtenues lorsqu'un faisceau cohérent se réfléchit sur une surface dépolie, ou d'une structure déterministe? Quels sont les paramètres agissant sur cette dynamique? Et enfin, comment caractériser une telle structure?

La réponse à une partie de ces questions peut être obtenue en adoptant, en deçà de la dynamique spatio-temporelle complexe, une approche morphogénétique. Elle consiste en pratique à caractériser l'évolution de ces structures en fonction du nombre de degrés de liberté transverses et des autres paramètres du système. Son enjeu est essentiellement de comprendre comment apparait la complexité de ces faisceaux, comment se fait le passage de la situation gaussienne à la turbulence, c'est

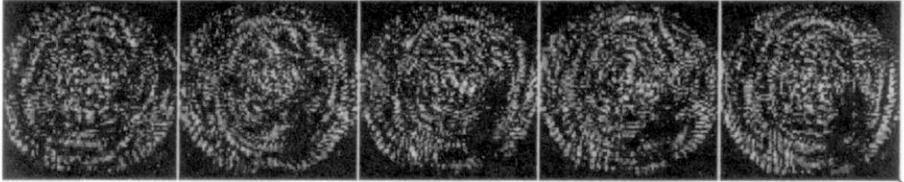


Figure 1 : Dynamique complexe d'un oscillateur à gain photoréfractif. Les cinq images sont une séquence d'instantanés pris toutes les 0,04 secondes et représentent l'évolution de l'intensité de sortie du laser. Le dégradé du noir au blanc correspond à des intensités variant de 0 à 1, les images étant normalisées sur leur maximum. Ces dernières caractéristiques restent valables dans toutes les figures de l'article.

à dire de la distribution spatiale ordonnée stationnaire à une structure désordonnée dépendant du temps. Mais une telle approche permet aussi de resituer la turbulence optique dans son contexte, un peu comme le font les "routes" pour le chaos temporel.

Nous présentons ici les résultats obtenus en appliquant cette démarche au laser CO_2 et à l'oscillateur à gain photoréfractif. Ces deux dispositifs sont présentés dans la section suivante. La section 3 est consacrée aux situations les plus simples, pour lesquelles une description complète de la dynamique peut être obtenue. Nous aborderons enfin dans la section 4 la description statistique de comportements plus complexes.

2 - DISPOSITIFS OPTIQUES ET TURBULENCE

Nous nous limitons ici volontairement à deux dispositifs expérimentaux, le laser et l'oscillateur à gain photoréfractif (OGP). Ces deux systèmes ont été retenus d'une part parce qu'ils sont très proches l'un de l'autre dans le principe, et d'autre part parce qu'ils sont les meilleurs candidats à la turbulence optique, puisqu'elle a été prédite théoriquement dans le cas du laser [2] et observée expérimentalement dans le cas de l'OGP [3].

Dans les deux cas, le dispositif consiste en un *milieu amplificateur* interagissant avec une *cavité* (fig. 2), dont nous détaillons maintenant les propriétés.

2.1 Le milieu amplificateur

Dans le laser, l'amplification provient de l'émission stimulée. Les résultats que nous présentons ici concernent un laser CO_2 dont l'inversion de population est obtenue grâce à une décharge électrique continue. Le gain du milieu est proportionnel à l'intensité électrique de cette décharge, et atteint des valeurs typiques de 20%. La longueur d'onde d'émission se situe autour de $10,6 \mu\text{m}$, et la bande passante de l'amplificateur est typiquement de 100 MHz.

Pour l'OGP, le gain résulte d'un mélange à deux ondes dans un cristal de $\text{B}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO) pompé par un laser $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ doublé émettant à 532 nm. Il dépend de la tension de polarisation appliquée au cristal et prend des valeurs typiques de 1000%, très largement supérieures à celles des lasers. La courbe de gain, centrée sur une fréquence éloignée de 5 à 10 Hz de la fréquence de pompe, est large de seulement quelques Hz. La fréquence d'émission de l'OGP reste donc toujours très proche de celle de la pompe, sans toutefois jamais y être égale. Comme la bande passante de l'amplificateur détermine les échelles de temps de la dynamique, l'OGP apparaît comme un système beaucoup plus lent que les lasers, ce qui constitue un avantage technique pour l'acquisition du signal, mais un inconvénient quant à la stabilité de l'expérience.

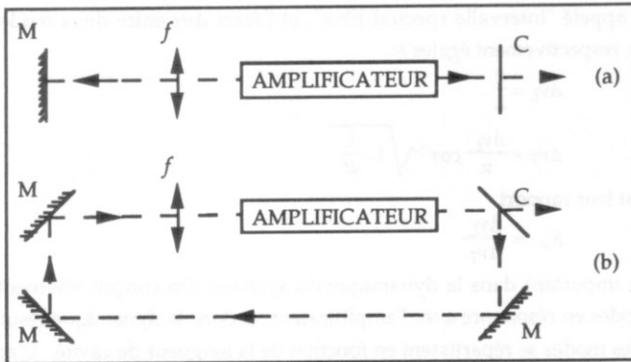


Figure 2 : Représentation schématique des deux systèmes discutés. En (a), la cavityté Perot-Fabry du laser CO_2 , en (b) la cavityté en anneau de l'OGP. M: miroir, C: coupleur, f: lentille.

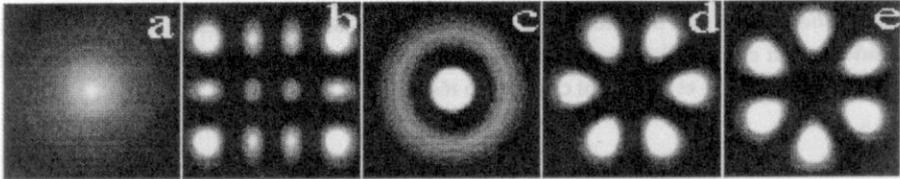


Figure 3 : Quelques modes d'Hermite-Gauss et de Laguerre-Gauss. (a) mode transverse fondamental H_{00} ou A_{00} , (b) H_{32} , (c) A_{10} , (d) A_{031} et (e) A_{032} .

2.2 La cavityté

Toutes les cavitytés utilisées peuvent être schématisées par une cavityté de longueur optique L constituée de miroirs plans et d'une lentille de distance focale f (fig. 2). Pour des raisons techniques, les résultats présentés ici correspondent à des cavitytés Pérot-Fabry pour le laser, et en anneau pour l'OGP.

Dans une cavityté, les conditions aux bords, notamment l'accord de phase du faisceau après un tour de cavityté, imposent des modes propres en fonction de la symétrie transverse de la cavityté. Ainsi, la structure transverse d'un faisceau de longueur d'onde λ se propageant dans une cavityté à symétrie rectangulaire sera décrite par la base d'Hermite-Gauss, dont les modes sont notés H_{nm} , où les indices n et m correspondent respectivement au nombre de zéros d'intensité le long des axes x et y (fig. 3b). Pour une cavityté à symétrie cylindrique, les modes propres constituent la base de Laguerre-Gauss, notés A_{pl} , p et l étant respectivement les indices radial et angulaire. Lorsque $l=0$, le mode possède la symétrie de révolution avec un maximum central et p anneaux (fig. 3c). Si $l \neq 0$, le mode présente $2l$ maxima sur chacun des $p+1$ anneaux de sa structure. Si $l=1$ (resp. 2), l'axe des x est un maximum (resp. un zéro) d'intensité (fig. 3d et 3e). L'accord de phase après un tour complet dans la cavityté se fera si la longueur de la cavityté vérifie:

$$L = k\lambda + (q+1) \frac{\lambda}{\pi} \cos^{-1} \sqrt{1 - \frac{L}{4f}}$$

où $q = m + n$ ou $q = 2p + l$ suivant la base considérée, et k est l'indice longitudinal. Cette condition peut aussi être exprimée en fréquence, et deux quantités apparaîtront alors: l'écart $\Delta\nu_L$ entre deux modes successifs de même indice transverse q , qui est donc l'écart entre deux modes longitudinaux

chaque direction la taille transverse $2L_T$ du système et la taille w du mode H_{00} . On définit alors le rapport:

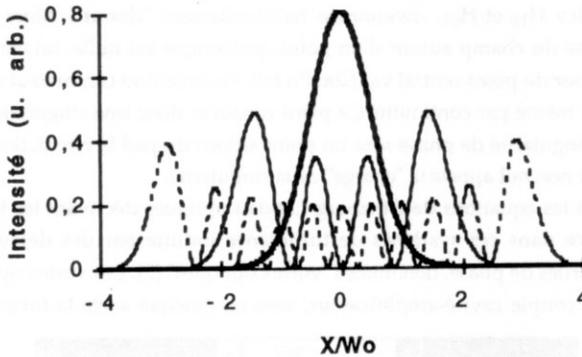


Figure 5 : Profil transverse des polynômes d'Hermite H_0 (trait plein épais), H_3 (trait plein) et H_{10} (pointillés), illustrant l'augmentation de l'extension transverse des modes en fonction de leur indice. w_0 est la largeur à e^{-2} de H_0 .

$$N_R = \left(\frac{L_T i}{w_i} \right)_{\min}$$

où l'indice 'min' rappelle que la valeur à retenir est la plus faible prise par cette quantité tout au long de la propagation dans la cavité. Les indices i correspondent aux directions principales de la symétrie du faisceau.

Les rapports N_R jouent en optique un rôle similaire aux rapports d'aspect en hydrodynamique, dans la mesure où ils donnent une information sur la taille du système. Cependant, la situation est fondamentalement différente car l'unité de mesure utilisée ici n'est pas la longueur d'onde transverse λ_T de la dynamique, mais la taille du mode fondamental. Si l'on considère que λ_T est typiquement la distance entre deux maxima successifs d'un polynôme d'Hermite, le relation entre w et λ_T apparaît clairement non linéaire (fig. 5). En fait, cette évolution ne correspond pas à une loi simple, mais une bonne approximation empirique consiste à considérer que l'étendue transverse d'un mode augmente comme la racine carrée de son indice [5]. L'équivalent en optique du rapport d'aspect serait donc plutôt de l'ordre de $N_F = N_R^2$. N_F est appelé nombre de Fresnel généralisé, car on retrouve dans le cas d'une cavité à symétrie cylindrique la définition originelle de Fresnel, qui avait introduit cette quantité pour mesurer la diffraction d'un faisceau se propageant dans une cavité. C'est cette quantité qui est traditionnellement utilisée pour caractériser l'extension transverse d'une cavité. Comme pour les rapports d'aspect, un nombre de Fresnel par axe principal de la symétrie transverse de la cavité est nécessaire.

Il ressort de la discussion ci-dessus que les deux paramètres les plus adaptés à la description de la cavité sont les rapports N_F et R_v . N_F peut être ajusté grâce à un diaphragme situé dans la cavité, mais dépend aussi, tout comme R_v , de la longueur de la cavité et de la position de la lentille. La réalisation expérimentale de systèmes optiques à très grand nombre de Fresnel n'est pas aisée, mais

des valeurs typiques de 100 peuvent cependant être obtenues. R_V peut prendre pratiquement n'importe quelle valeur entre 2 et l'infini.

2.3 Turbulence optique

Les figures 6a et b montrent la distribution en intensité et en phase de la combinaison en quadrature des modes H_{10} et H_{01} , dénommée habituellement "donut". Alors qu'en général, la circulation de la phase du champ autour d'un point quelconque est nulle, on constate ici que cette quantité mesurée autour du point central vaut 2π . En fait, l'intensité au centre vaut zéro, et la phase ne peut être déterminée, même par continuité. Ce point constitue donc une singularité de phase. D'une façon générale, une singularité de phase sera un point autour duquel la circulation de la phase vaut $n2\pi$, où n est un entier non nul appelé la "charge" de la singularité.

En intégrant les équations de Ginzburg-Landau optiques décrivant les lasers, Couillet *et al* ont montré l'existence dans ces systèmes de turbulence induite par des défauts aux propriétés similaires aux singularités de phase, dénommés "vortex optiques" [2]. Les vortex optiques, induits par les non-linéarités du couple cavité-amplificateur, sont en quelque sorte la forme non-linéaire des

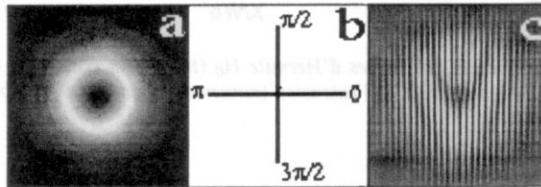


Figure 6 : Combinaison linéaire des modes H_{10} et H_{01} . (a) distribution en intensité, (b) distribution de la phase et (c) distribution en intensité lors de la superposition avec un champ dont la phase varie linéairement suivant l'axe horizontal.

singularités de phase décrites plus haut. La charge d'un vortex optique joue un rôle similaire à celle d'une particule: deux vortex de même charge se repoussent tandis que deux vortex de charges contraires s'attirent. Les structures stables comportant plusieurs vortex ont donc un nombre limité de géométries possibles, exactement comme dans le cas des particules chargées.

Expérimentalement, l'identification des singularités de phase pose un problème, car les détecteurs ne sont sensibles qu'à l'intensité du faisceau lumineux. La seule méthode permettant d'avoir accès à la phase du champ est de rajouter au faisceau une composante de phase connue, en pratique variant de façon monotone dans l'espace. La figure 6c montre l'allure de l'image obtenue alors. La singularité de phase apparaît comme un défaut dans le réseau de franges d'interférence. La charge de la singularité est alors égale au nombre de franges apparaissant dans le défaut, c'est à dire 1 pour la figure 6c.

2.4 Le dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est essentiellement composé des éléments décrits ci-dessus. La longueur de la cavité et la position de la lentille sont choisies en fonction du rapport R_V désiré. Un diaphragme inséré dans la cavité permet d'agir sur N_F . Un des miroirs est monté sur un translateur piézo-électrique, qui permet d'ajuster finement la longueur de cavité, à l'échelle de la longueur d'onde électromagnétique, et donc l'écart en fréquence entre le mode fondamental de la cavité et le maximum de la courbe de gain de l'amplificateur. Ce paramètre détermine l'interaction entre l'amplificateur et la

cavité. Concrètement, si L est ajustée de façon à ce qu'un mode ait une fréquence de résonance égale à celle de l'amplificateur, ce mode sera très largement favorisé par rapport aux autres dans la dynamique.

Les dispositifs de détection jouent un rôle très important car ils limitent notablement les possibilités expérimentales. Dans le cas de l'OGP, une simple caméra CCD permet d'acquérir les images transverses au rythme de 25 par seconde, ce qui est suffisant compte tenu des temps caractéristiques. Pour le laser CO_2 , aucune caméra commerciale ne permet d'acquérir au rythme nécessaire de 10^6 images par seconde des images situées dans l'infra-rouge lointain. L'accès à l'image ne peut donc se faire qu'à une échelle de temps très longue par rapport à celle de la dynamique, et les images que nous possédons ne sont donc que des moyennes temporelles. Par contre, la dynamique temporelle en un point de l'image est accessible.

La détection hétérodyne des singularités de phase se fait en superposant avec un petit angle un champ uniforme au faisceau à analyser. Dans le cas de l'OGP, ceci est très facile à mettre en oeuvre, car il suffit d'utiliser le faisceau de pompe. Par contre, dans le cas du laser, la détection hétérodyne requiert un deuxième laser de bonne stabilité en fréquence pour effectuer la superposition.

3 - DYNAMIQUE FAIBLEMENT MULTIMODE

Nous nous sommes tout d'abord intéressés au rôle joué par les modes de la cavité vide dans la dynamique développée par les oscillateurs optiques. Rien ne permet en effet d'évaluer a priori leur importance, dans la mesure où ces modes peuvent être affectés dans le couple amplificateur-cavité par de nombreux effets non-linéaires dont le plus connu est le tirage de la fréquence du mode oscillant vers la fréquence centrale du gain.

Afin de répondre à cette question, nous avons étudié la dynamique de l'oscillateur à faible nombre de Fresnel, c'est à dire lorsque peu de modes de la cavité vide peuvent osciller. La figure 7 montre le diagramme de phase obtenu expérimentalement dans l'OGP pour $N_F=4$ et $R_v=3,2$, en fonction du gain du cristal et de la longueur de cavité. Chaque zone du diagramme correspond à l'oscillation de la famille de modes dont l'indice est indiqué, c'est à dire que la distribution transverse de l'intensité dans chacune de ces zones peut toujours être retrouvée par combinaison linéaire des seuls modes de la famille considérée. Le même type de diagramme est obtenu pour le laser CO_2 [6]. Les modes de la cavité vide apparaissent donc comme un bon point de départ de la description du comportement des oscillateurs optiques.

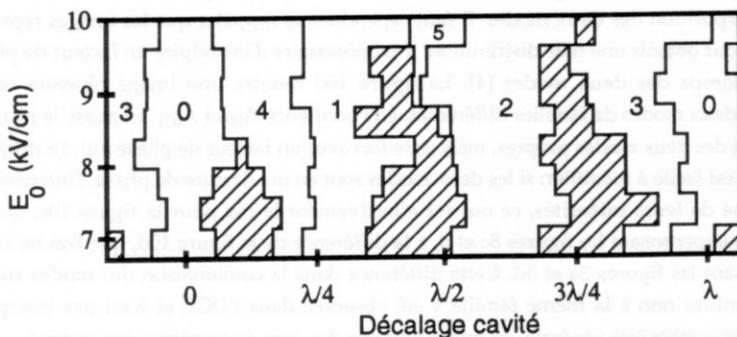


Figure 7 : Diagramme de phase de l'OGP. Les chiffres indiquent les familles de modes. Les zones hachurées correspondent à l'absence d'émission. E_0 est le champ appliqué au cristal, et représente donc le gain.

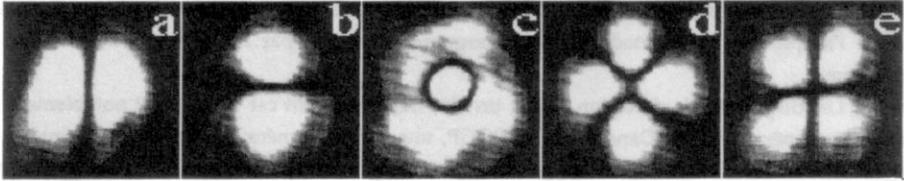


Figure 8 : Structures stationnaires observées dans l'OGP. De (a) à (e), on retrouve les modes H_{10} , H_{01} , A_{10} , A_{021} et A_{022} .

3.1 Régimes stationnaires

La distribution transverse de l'intensité émise par l'oscillateur dépend des modes de la cavité vide amenés à proximité de la courbe de gain de l'amplificateur, c'est à dire dont la fréquence est suffisamment proche pour participer à la dynamique de l'oscillateur. Par exemple, dans la famille $q=1$, si l'on s'arrange pour écarter le mode H_{01} , alors l'OGP aura la distribution transverse du mode H_{10} (fig. 8a). On peut à l'inverse s'arranger pour que l'émission se fasse sur le mode H_{01} (fig. 8b). Ce type de comportement est le plus simple qui se puisse imaginer pour un oscillateur, compte tenu des conditions de bords des cavités. Il est aisé de faire ainsi apparaître tous les modes prédits pour les cavités vides. Quelques exemples d'émission de l'OGP sur des modes propres de la cavité vide sont donnés dans les figures 8c-e pour la famille $q=2$, et figures 9b-d pour d'autres familles. Des résultats similaires sont obtenus pour le laser CO_2 [6].

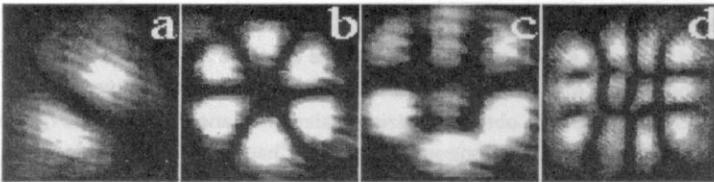


Figure 9 : Structures stationnaires observées dans l'OGP. De (a) à (d), on retrouve une combinaison linéaire des modes H_{10} et H_{01} et les modes A_{032} , A_{112} et H_{32} .

L'étape suivante consiste à considérer la situation où plusieurs modes de la cavité vide coexistent à la même fréquence. L'exemple de la figure 10e correspond aux modes A_{10} et A_{021} de la famille $q=2$ (fig. 8c et d). Le régime reste stationnaire et, comme on peut le constater, le résultat est la simple superposition des deux modes. Il faut cependant se rappeler que les images représentent ici l'intensité: pour obtenir une telle distribution, il est nécessaire d'introduire un facteur de phase de $\pi/2$ entre les champs des deux modes [4]. La figure 10d montre une image obtenue cette fois en mélangeant deux modes de familles différentes, en l'occurrence A_{00} et A_{031} . Ici aussi, le résultat est une combinaison des deux modes propres, mais cette fois avec un facteur de phase nul. La différence entre les deux cas est facile à identifier: si les deux modes sont en quadrature de phase, l'intensité résultante est la somme de leurs intensités, ce qui est effectivement le cas pour la figure 10e, que l'on peut retrouver en superposant les figures 8c et d, à la différence de la figure 10d, que l'on ne retrouve pas en superposant les figures 3a et 3d. Cette différence dans la combinaison des modes suivant qu'ils appartiennent ou non à la même famille a été observée dans l'OGP et n'est pas interprétée pour l'instant, mais semble être générale, au moins tant que des axes de symétrie sont imposés.

En effet, l'élimination artificielle de certains modes de la cavité vide se fait en général au prix d'une perte de la symétrie cylindrique de la cavité. Cette symétrie peut être restituée par exemple

dans le mélange des deux modes de la famille $q=1$. En pratique, l'élimination de tout axe privilégié est difficile, et l'image résultante est alors du type de celle de la figure 9a. Une telle image peut être interprétée comme une combinaison linéaire des deux modes H_{10} et H_{01} avec la phase adéquate, mais il est sans doute plus correct de la considérer comme un mode propre pour une symétrie dont les axes sont inclinés. Dans le cas où aucun axe n'est privilégié, l'image obtenue est le donut (fig. 10a). Ici aussi, le choix par le système du sens de rotation de la phase provient de petites asymétries résiduelles de la cavité et des conditions initiales. La figure 11a montre la détection hétérodyne de cette structure, où l'on voit clairement apparaître une singularité de phase de charge 1.

La figure 10b illustre la distribution en intensité obtenue lorsque les deux modes A_{021} et A_{022} (fig. 8d et e) participent à l'émission. Le donut obtenu, bien que très similaire à celui de la figure 10a, possède au centre un singularité de phase de charge 2 (fig. 11b). L'examen de la singularité de phase est ici indispensable pour différencier les deux comportements. En fait, les singularités de phase forment souvent un véritable squelette de ces structures, au point que l'on a parlé de "cristaux de singularités" [7]. Les figures 10 et 11 montrent les plus simples de ces cristaux, possédant de 1 à 4 singularités. Lorsque plusieurs singularités coexistent, elles s'arrangent en fonction de leur charge de façon à former une structure stable, comme prédit pour les vortex optiques.

Bien que le comportement décrit ci-dessus semble essentiellement linéaire, puisque la réponse de l'oscillateur est fonction des modes présents en absence d'amplificateur, plusieurs indices nous montrent qu'il n'en est rien. En particulier, nous avons vu que la courbe de gain de l'OGP est de quelques Hz, c'est à dire très étroite par rapport aux zones de fréquence où les modes peuvent osciller, qui sont de plusieurs dizaines de MHz sur la figure 7. A l'origine de cet effet se trouvent les non-linéarités du cristal, qui tirent fortement la fréquence des modes vers le centre de la courbe de gain. Dans le laser CO_2 , le tirage en fréquence existe également, mais se limite souvent à quelques MHz, voire quelques kHz. Cet effet peut bien être mis en évidence si la différence de fréquence entre deux modes est suffisamment réduite pour qu'ils interviennent ensemble dans la dynamique du système, ainsi que nous allons le voir dans la section suivante.

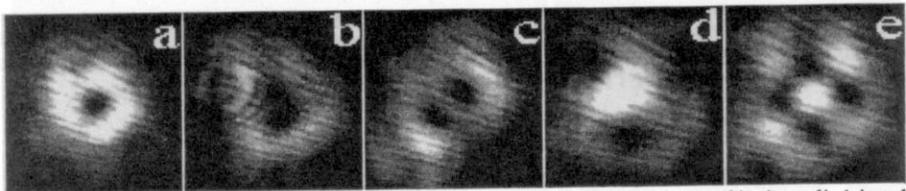


Figure 10 : Structures stationnaires observées dans l'OGP, correspondant à des combinaisons linéaires des modes des familles (a) $q=1$, (b) (c) et (e) $q=2$, (d) $q=3$.

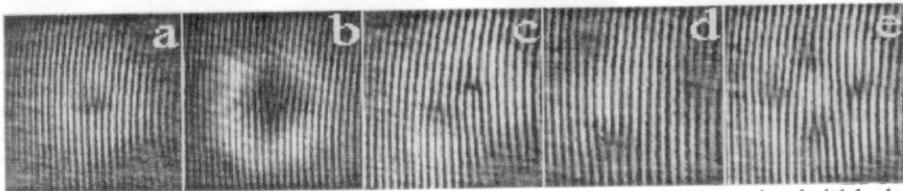


Figure 11 : Détection hétérodyne des structures de la figure 10. On remarque en (a) une singularité de phase de charge 1, dont le signe est pris en référence dans la suite. On trouve ainsi en (b) une singularité de charge 2, en (c) deux singularités de charge -1, en (d) trois singularités de charge 1 et en (e) 4 singularités de charge -1 et +1.

3.2 Régimes dynamiques

Deux modes de fréquences de résonance légèrement différentes peuvent être obtenus (i) en levant la dégénérescence de modes appartenant à une même famille, au prix d'une altération de la symétrie du système, ou (ii) en faisant coïncider des modes de familles différentes appartenant à des modes longitudinaux différents. La figure 12 illustre le régime obtenu dans l'OGP lorsque les deux modes A_{021} et A_{10} séparés de quelques MHz entrent ainsi en compétition. La dynamique périodique obtenue, d'une fréquence de l'ordre de 1 Hz, apparaît comme une oscillation en opposition de phase de l'intensité des deux modes. Ce régime peut très facilement être reconstruit en faisant intervenir un facteur de phase de $\pi/2$ entre les deux modes [4].

Comme dans le cas stationnaire, le comportement est légèrement différent lorsque les deux modes appartiennent à des familles différentes. La figure 13 illustre le régime périodique obtenu lorsque les modes A_{00} et A_{031} sont mis en compétition. Dans ce cas, aucun des deux modes n'apparaît isolément au cours de la dynamique. En fait, le régime peut être reconstruit si cette fois une phase de 0 ou de π est introduite entre les champs émis dans les deux modes. Ces deux exemples simples illustrent en fait une loi générale qui instaure la même discrimination ici que dans le cas des régimes stationnaires: la combinaison des modes ne se fait pas avec la même phase selon que ces derniers appartiennent ou non à la même famille. Ici aussi, il faut cependant tenir compte de la symétrie effective du système. La figure 14 montre un régime dynamique obtenu dans le cas où tous les modes de la famille $q=3$ sont mis en présence du mode H_{00} . Le régime de rotation obtenu peut en fait être retrouvé en faisant interagir un "donut" $q=3$ avec H_{00} .



Figure 12 : Séquence représentant un régime périodique de l'OGP dans la famille $q=2$. Chaque image instantanée est séparée par 0,2 secondes. La séquence ne montre que la première moitié de la période du régime. Durant la seconde moitié, l'évolution se fait en sens inverse.

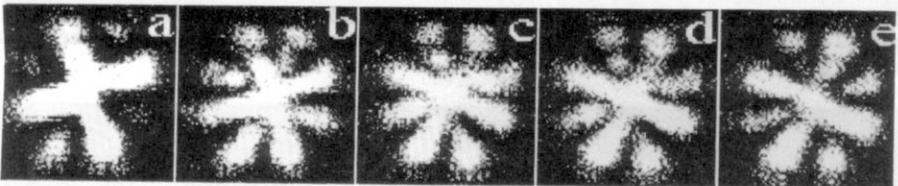


Figure 13 : Séquence représentant un régime périodique de l'OGP lors de l'interaction de deux modes appartenant respectivement à la famille $q=0$ et $q=4$. Chaque image instantanée est séparée par 0,2 secondes. La séquence ne montre que la première moitié de la période du régime. Durant la seconde moitié, l'évolution se fait en sens inverse.

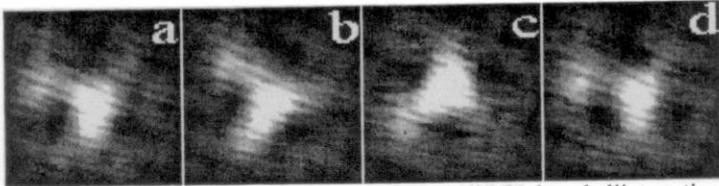


Figure 14 : Séquence représentant un régime périodique de l'OGP lors de l'interaction des modes appartenant à la famille $q=3$ avec le mode H_{00} . Chaque image instantanée est séparée par 0,28 secondes. La séquence ne montre que le premier tiers de la période du régime. La dynamique consiste en la rotation des trois vortex autour du centre de la structure.

Les non-linéarités de l'OGP apparaissent ici de façon très nette: alors que les différences de fréquence introduites entre les modes sont de l'ordre de quelques MHz, le régime résultant se situe autour du Hertz. On retrouve donc le tirage en fréquence déjà évoqué plus haut. En fait, les non-linéarités apparaissent également à un autre niveau. Lorsque l'écart en fréquence entre les deux modes est réduit, le régime devient stationnaire bien avant que la différence soit ramenée à des valeurs de l'ordre du Hz. Ceci signifie que sur une plage de quelques dizaines à quelques centaines de kHz se produit un phénomène d'accrochage en fréquence entre les deux modes. Ce phénomène est bien connu dans le laser CO_2 , où il est beaucoup plus facile à évaluer. Ici, dès que la différence de fréquence entre les deux modes est inférieure à une centaine de kHz, les fréquences d'émission des deux modes deviennent égales et donnent naissance à une structure stationnaire.

On peut constater que la plupart des images présentées ci-dessus ne possèdent plus la symétrie de révolution $O(2)$ de la cavité. Pour certaines, la brisure de la symétrie provient de la cavité elle-même. Mais il est cependant de nombreuses situations où la symétrie transverse de la cavité est cylindrique, aux approximations expérimentales près. C'est le cas des régimes présentés dans les figures 10 et 14. Ici, la symétrie de la solution est spontanément brisée par rapport à celle du système. Cette brisure spontanée de symétrie est un phénomène qui est prédit théoriquement et auquel correspond une hiérarchie spécifique [8].

L'étude des singularités de phase permet une caractérisation différente des structures: par exemple, le régime de la figure 14 apparaît comme la rotation de trois vortex de même charge autour d'un centre commun. Mais elle permet surtout de montrer les limites de l'approche modale de la dynamique transverse des oscillateurs optiques. Ainsi, nous avons assimilé le régime dynamique de la figure 12 à l'oscillation entre les deux modes A_{10} et A_{021} de la cavité vide. Dans une combinaison théorique de ces deux modes, il apparaît périodiquement quatre vortex immobiles. Une étude fine du comportement de l'oscillateur a montré qu'il en était tout autrement dans le régime expérimental. Les vortex se forment en réalité sur les bords de la structure, puis s'annihilent par paire de signe opposé à proximité du centre, ou à l'inverse naissent par paire et disparaissent sur les bords. Ce processus de création-annihilation de vortex optiques a déjà été décrit théoriquement, dans le cadre de la vision particulière des vortex [9]. Ces différences entre la description modale simple et l'expérience ont sans doute de nombreuses origines, telles que les non-linéarités des processus et les symétries imparfaites de la cavité réelle. La description modale du comportement des oscillateurs optiques n'est donc qu'une simplification pratique du comportement réel, dont les limitations apparaissent même en présence d'un petit nombre de modes. Comme nous allons le voir maintenant, cette description peut aussi être utilisée lorsque le nombre de modes augmente, mais devient vite à la fois très lourde et insuffisante.

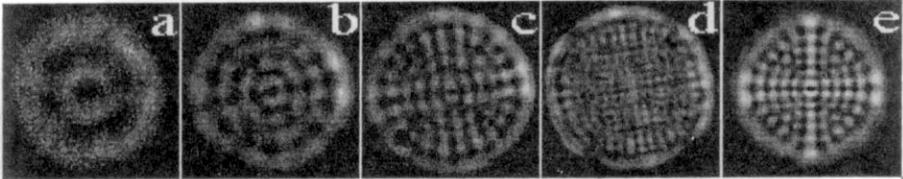


Figure 15 : De (a) à (d), structures transverses moyennées sur le temps issues d'un laser CO_2 , correspondant respectivement à des nombres de Fresnel de 4, 8, 12 et 30. En (e), superposition numérique des intensités des modes H_{nm} d'indice $q=12$ avec n impair et m pair.

4 - DYNAMIQUE FORTEMENT MULTIMODE

La figure 15a-d montre des structures transverses obtenues dans le laser CO_2 avec un nombre de Fresnel croissant de 4 à 30. Rappelons qu'il s'agit ici d'images moyennées sur un temps très long par rapport aux temps caractéristiques de la dynamique. L'évolution temporelle de l'intensité associée à ce type de structures est illustrée par la figure 16. Le spectre, sans être typiquement chaotique, montre qu'un grand nombre de fréquences interviennent dans la dynamique. En fait, le nombre de modes susceptibles d'osciller devient maintenant supérieur à la dizaine, et peut atteindre plusieurs centaines.

La dynamique de chaque mode constituant cette structure pourrait être retrouvée en deux étapes. La première consiste à identifier les modes sans se préoccuper de leur évolution en fonction du temps, en travaillant sur la moyenne temporelle de l'image. Une deuxième étape consisterait ensuite à retrouver les fréquences et les relations de phase entre tous ces modes, afin de reconstituer l'évolution temporelle. La figure 15e montre l'image obtenue en combinant les modes d'Hermite de la famille $q=12$ d'indices n impair et m pair. La distribution d'intensité est très proche de celle de la structure expérimentale de la figure 15c. Ce type de reconstruction est intéressant à plus d'un titre. Elle permet notamment de constater que malgré le grand nombre de modes susceptibles d'osciller, seul un petit nombre participe à la dynamique. Il s'agit ici d'une conséquence spectaculaire des non-linéarités de l'oscillateur. Ces modes ne sont pas choisis au hasard, comme le montrent les règles nécessaires à leur construction, et ne se répartissent pas non plus au hasard, comme le montre le spectre de la figure 16. Malgré cela, le nombre de modes nécessaire rend difficile une bonne appréhension de la dynamique, car dès que plus de trois ou quatre modes interagissent, la deuxième étape évoquée ci-dessus devient extrêmement lourde et expérimentalement difficile à mettre en oeuvre.

Dès lors, l'approche modale doit être abandonnée au profit d'autres approches, déjà ébauchées dans les paragraphes précédents, s'appuyant sur les singularités de phase ou la symétrie

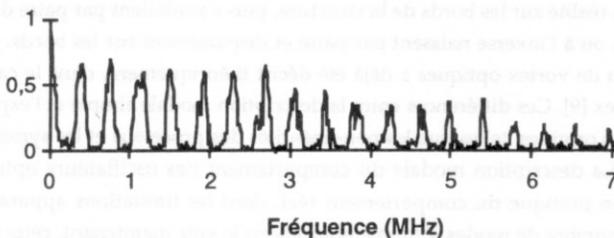


Figure 16 : Spectre en puissance typique de l'émission d'un laser CO_2 pour un nombre de Fresnel de 10.

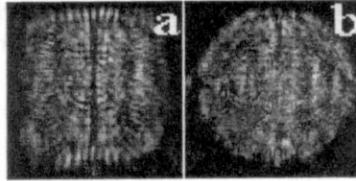


Figure 17 : Structures transverses moyennées sur le temps issues de l'OGP. En (a), avec une ouverture carrée et $N_F=16$, en (b) avec une ouverture hexagonale et $N_F=30$.

des structures. Comme nous l'avons vu plus haut, les singularités de phase sont susceptibles de jouer un grand rôle dans la dynamique. La caractérisation de leur dynamique donne par conséquent des informations sur celle du système. En pratique, seules des caractérisations statistiques peuvent être obtenues, donnant cependant des informations sur la nature turbulente de la dynamique spatio-temporelle [3]. Ceci requiert expérimentalement un système où la dynamique spatio-temporelle est accessible, comme l'OGP, et demande un traitement long et fastidieux.

L'étude de la moyenne temporelle de l'intensité de l'oscillateur permet cependant déjà de tirer un certain nombre de lois. Comme on peut le constater sur la figure 15, l'évolution des structures à nombre de Fresnel croissant ne se fait pas au hasard. L'intensité se répartit toujours autour de minima locaux agencés sous forme de réseaux plus ou moins circulaires. Le nombre et la répartition de ces minima, que l'on ne peut assimiler à des singularités de phase dans la mesure où il s'agit d'images moyennées, semblent répondre à des lois simples que l'on peut déterminer empiriquement d'après l'expérience: le premier anneau en partant du centre compte ζ minima, avec $\zeta=4$ ou $\zeta=6$. L'anneau de rang n compte $\zeta+4(n-1)$ minima. Lorsque le nombre de Fresnel est augmenté, les anneaux surgissent du centre, où l'intensité varie donc continument et alternativement de minimum en maximum. 120 minima ont été ainsi dénombrés dans la figure 15d.

Sur cette dernière structure, obtenue pour un nombre de Fresnel de 30, apparait aussi un nouveau phénomène, caractérisé par un changement de la symétrie lorsque l'on va vers le centre de l'image: tandis que sur les bords, la symétrie reste celle imposée par la cavité cylindrique, le comportement au centre semble s'en libérer pour évoluer vers une symétrie rectangulaire. La reconstitution de l'image à partir des modes théoriques en suivant les règles de sélection données plus haut ne permet d'ailleurs pas de retrouver ce changement de symétrie. Il apparait donc que la cavité, qui impose sa symétrie par l'intermédiaire des conditions aux bords transverses, ne possède qu'une portée limitée, au delà de laquelle la dynamique reflète les propriétés intrinsèques de l'oscillateur. A faible nombre de Fresnel, la dynamique est entièrement gouvernée par la géométrie de la cavité, comme l'illustrent les figures 15a-c. A nombre de Fresnel élevé, seuls les bords de la structure restent liés à la symétrie transverse de la cavité, tandis qu'au centre, le comportement de l'oscillateur en est libéré: le régime est donc susceptible d'avoir moins de contraintes et la turbulence sera favorisée [3].

Cette propriété est d'autant plus visible que la symétrie des bords est éloignée de la symétrie intrinsèque. Ainsi, dans le cas de l'OGP avec une symétrie aux bords carrée et un nombre de Fresnel de 16, la transition s'opère sur la moitié du rayon (fig. 17a). On remarque également que le centre de la dynamique intrinsèque n'est pas confondu avec le centre de symétrie imposé. La figure 17b donne une autre illustration de ce phénomène dans le cas de l'OGP avec une symétrie aux bords hexagonale et un nombre de Fresnel moyen de l'ordre de 30. Cette fois, la symétrie imposée par les bords se remarque à peine par quelques taches parasites et une légère distorsion des structures sur les bords. Il

en résulte que la symétrie dominante est indépendante de la symétrie imposée par les bords de la cavité. On voit se dessiner ici les dernières étapes des conditions nécessaires à l'obtention de la turbulence.

5 - CONCLUSION

Les oscillateurs optiques disposent d'importants degrés de liberté qui leur permettent de rivaliser dans le domaine de la complexité avec l'hydrodynamique. Tous les ingrédients nécessaires à l'existence de la turbulence optique semblent réunis, en particulier les différentes échelles spatiales: une longueur de cohérence plus petite que la taille du système mais cependant plus grande que la longueur d'onde transverse des instabilités. Bien que la turbulence optique ait été identifiée clairement dans les oscillateurs à gain photoréfractif, son étude expérimentale dans les lasers se heurte à des problèmes techniques. Malgré cela, des avancées certaines dans la compréhension des mécanismes à l'origine de ce chaos spatio-temporel ont été faites grâce à la nature particulière de l'environnement dans lequel se développe cette turbulence. En effet, les faisceaux optiques possèdent une symétrie gaussienne intrinsèque, qui permet une approche dans laquelle des modes propres d'une partie du système, en l'occurrence la cavité vide, sont connus *a priori*. Même si ces modes propres n'en sont plus dès que l'amplificateur est ajouté, ils donnent un point de départ qui permet d'interpréter la dynamique dans une bonne approximation. En particulier, dans les cas où la taille transverse du système est petite, le comportement de l'oscillateur peut être entièrement décrit grâce à ces modes. Lorsque la taille augmente, nous avons vu que cette symétrie intrinsèque continue à jouer un rôle dominant en moyenne, en contraste avec la symétrie aux bords qui n'a que des effets limités. D'autres systèmes, tel que le laser à absorbant saturable, montrent d'ailleurs explicitement que ces modes restent primordiaux à grand nombre de Fresnel [10].

L'étude de la turbulence optique se situe dans la continuité des efforts entrepris pour la compréhension de la dynamique des systèmes optiques non linéaires, mais son enjeu est sans doute plus vaste, avec l'espoir, comme dans le cas du chaos temporel, de voir apparaître des similitudes avec d'autres domaines tels que l'hydrodynamique, à travers des comportements "universels".

RÉFÉRENCES

- 1 M. Brambilla, L. A. Lugiato, M. V. Penna, F. Prati, P. Pagani, P. Vanoti, M. Y. Li and C. O. Weiss, "The laser as nonlinear element for an optical associative memory", *Opt. Commun.* **92** 145 (1992)
"Physics of systems for optical information processing", numéro spécial de *J. Phys.* III à paraître.
- 2 P. Coullet, L. Gil and F. Rocca, "Optical Vortices", *Opt. Commun.* **73** 403-408 (1989)
- 3 F. T. Arecchi, G. Giacomelli, P. L. Ramazza and S. Residori, "Vortices and defect statistics in two-dimensional optical chaos", *Phys. Rev. Lett.* **67** 3749-3752 (1991)
F. T. Arecchi, S. Bocaletti, P. L. Ramazza and S. Residori, "Transition from boundary- to bulk-controlled regimes in optical patterns formation", *Phys. Rev. Lett.* **70** 2277-2280 (1993)
- 4 D. Hennequin, L. Dambly, D. Dangoisse and P. Glorieux, "Basic transverse dynamics of a photorefractive oscillator", *J. Opt. Soc. Am. B* **11** 676-684 (1994)
- 5 A. E. Siegman and E. A. Sziklas, "Mode calculations in unstable resonators with flowing saturable gain", *Appl. Phys.* **13** 2775-2792 (1974)

- 6 D. Hennequin, C. Lepers, E. Louvergneaux, D. Dangoisse and P. Glorieux, "Spatio-temporal dynamics of a weakly multimode CO₂ laser", *Opt. Commun.* **93** 318-322 (1992)
D. Dangoisse, D. Hennequin, C. Lepers, E. Louvergneaux and P. Glorieux, "2D optical lattices in a CO₂ laser", *Phys. Rev. A* **46** 5955-5958 (1992)
- 7 M. Brambilla, F. Battipede, L. A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm and C. O. Weiss, "Transverse laser patterns", *Phys. Rev. A* **43** 5090-5120 (1991)
- 8 C. Green, G. B. Mindlin, E. J. D'Angelo, H. G. Solari and J. R. Tredicce, "Spontaneous symmetry breaking in a laser: the experimental side", *Phys. Rev. Lett.* **65** 3124-3127 (1990)
- 9 M. Brambilla, M. Cattaneo, L. A. Lugiato, R. Pirovano, F. Prati, A. J. Kent, G. L. Oppo, A. B. Coates, C. O. Weiss, C. Green, E. J. D'Angelo, and J. R. Tredicce, "Dynamical transverse laser patterns", *Phys. Rev. A* **49** 1427-1451 (1994)
- 10 D. Wilkowski, D. Hennequin, D. Dangoisse and P. Glorieux, "Multistability and periodic alternance in a multimode CO₂ laser with saturable absorber", *Chaos, Solitons and Fractals*, à paraître.